VARIAÇÕES A PARTIR DO DELINEAMENTO GUADALUPE[1]

JOASSY DE PAULA NEVES JORGE[2]

RESUMO - O Guadalupe é um composto central proposto para estimar funções de produção em experimentos com fertilizante. Contém $2^{h-g} + 6h + c$ tratamentos, com 6h axiais em níveis eqüidistantes, c centrais, e 2^{h-g} fatoriais nos extremos 0 e 6. Para maior equilíbrio das doses de fertilizantes, sugeriu-se deslocamento dos níveis fatoriais para os pontos 1 e 5 ou 2 e 4; a testemunha, do delineamento original, inclui-se, nas variações, como tratamento extra. O Guadalupe e variações foram ortogonalizados através de modelo quadrático; os níveis passaram de sete a nove, os adicionais como projeção dos pontos fatoriais. A ortogonalização levou a uma posição relativa única dos pontos para as três colocações do fatorial. Os componentes quadráticos puros dos delineamentos propostos neste trabalho apresentam eficiência maior do que os do Guadalupe original, e os componentes das interações, eficiência menor, pelo critério de Box e Wilson. Há maior equilíbrio entre a eficiência dos coeficientes quadráticos puros e a dos coeficientes das interações quando os fatoriais estão em 1 e 5 ou quando o delineamento é ortogonal. As variações do Guadalupe permitem eliminar os pontos axiais extremos quando há resposta em platô para as dosagens altas de nutrientes; isso possibilitará análise dinâmica dos experimentos, importante em ensaios agronômicos.

Termos para indexação: delineamento composto central, funções de produção, modelo quadrático, ortogonalização, eficiência.

VARIATIONS FROM THE GUADALUPE DESIGNS

ABSTRACT - Guadalupe is a central composite design proposed for fertilizer experiments; it consists of $2^{h-g} + 6h + c$ treatments, with 6h axial points, equally spaced, c central and 2^{h-g} factorial points, with their projections on the axes interval extremes; these points were moved from the extremes 0 and 6 to the points 1 and 5 or 2 and 4 to give a more satisfactory equilibrium to the fertilizer doses. The check plot of the original Guadalupe is included, in the variations, as an extra treatment. Orthogonalization of the Guadalupe and its variations was made through a linear second degree regression model; the relative position of the axial and factorial points is invariant for the studied cases. By the Box and Wilson criterium the pure quadratic components of the Guadalupe variations present greater efficiency than the original, and the interaction components, smaller efficiency. There is a greater equilibrium between the efficiency of the pure quadratic and interaction coefficients when the factorial points are at 1 and 5 levels or the design is orthogonal. The proposed Guadalupe variations permit a dynamic analysis by the elimination of external points; according to the remaining points, they may be analysed as a central composite or as an axial design.

Index terms: central composite design, production function, quadratic model, orthogonalization, efficiency.

INTRODUÇÃO

Racionalização do uso de fertilizantes

Já na década de 50, foi sentida, nos Estados Unidos, a necessidade de integração entre a Agronomia, a Economia e a Estatística para a procura de modelos de planejamento global, das propriedades agrícolas, que proporcionassem alta produtividade, renda líquida para o produtor e suprimento de alimentos à Nação (Johnson 1956).

Ligado à pesquisa com fertilizantes, mas reunindo pesquisadores das três áreas mencionadas, o simpósio patrocinado pela Organização TVA (Tennessee Valley Authority), em 1955, marcou a importância de que os modelos fossem ajustados a resultados de experimentos planejados para permitir estimativas estatísticas eficientes das diversas variáveis requeridas nesse estudo (Baum et al. 1956).

Um dos aspectos do planejamento de ensaios é a escolha do delineamento, tanto experimental como de tratamentos, e de métodos que permitam analisá-los estatística e economicamente. Em trabalho do seminário da TVA, em 1956, Baum et al. (1957) referem-se ao esforço consciente para desenvolvimento de delineamentos e métodos analíticos eficazes, voltados para problemas de uso racional e econômico de fertilizantes.

[1] Aceito para publicação em 13 de abril de 1984.

[2] Lic. Matemática, M.Sc. em Est. e Exp. Agr., Instituto Agronômico de Campinas, Caixa Postal 28, CEP 13100 Campinas, SP.

Dez anos depois, com a mesma preocupação de incentivar e concretizar relações interdisciplinares que trouxessem aumentos na produção agropecuária, a fim de alcançar nível mais alto de vida para a população, foi realizado pelo IICA (Instituto Interamericano de Ciências Agrícolas), zona Sul, seminário internacional sobre pesquisa econômica e experimentação agrícola, em Santiago, Chile (Montero & Perez 1967).

Focalizando a necessidade de aumentar a produção agrícola, tanto pela demanda de uma população em rápido crescimento, como a da América Latina, como para incrementar a exportação, foi realizado pelo IICA, zona Sul, em 1967, no Uruguai, simpósio internacional sobre pesquisa de fertilidade de solos para a produção agrícola na zona temperada (Reynaert 1969). Como a fertilização dos solos permite aumentar a produção por área cultivada, mas representa um dos insumos mais caros para o agricultor, foi ressaltada a importância de que o consumo de fertilizantes se fizesse com a maior eficiência possível.

Nessas duas últimas publicações, que tentam dar subsídios para uma moderna pesquisa agropecuária, também se observa a preocupação com a escolha e desenvolvimento de delineamentos de tratamentos, e com sua influência sobre a estimativa da dose ótima de nutrientes, encontrada pelo estudo de superfícies de resposta adaptadas aos resultados da experimentação.

No Brasil, o consumo aparente de fertilizantes, em termos de N, P e K, cresceu, no período de 1969/78, à taxa média anual de 19,4%, e esperava-se que, até 1983, continuasse a apresentar taxas de aumento de 12% (Rocha 1979). Entretanto, considerando-se o período de 1972/82, o consumo aparente cresceu à taxa média de 4,1%, sendo que, até 1980, o crescimento médio tinha sido de 11,6%. Levando em conta a queda de consumo de 1981, foram feitas projeções de demanda desses nutrientes, para o período de 1981/85 (atualizadas para 1983/87), que prevêem um crescimento acumulado de 19,1% para N, P e K, no Brasil. Em 1982, 45% de todo o fertilizante consumido no País foi ainda importado, e seu uso está fortemente ligado às culturas de exportação: café, cana-de-açúcar e soja, em detrimento das de consumo interno, grãos e fibras (Rocha 1983). Além do uso em regiões tradicionalmente consumidoras de adubos, a ocupação plena, intensiva e racional da região dos Cerrados, que significará abundância de alimento para a população, vai exigir um suprimento adequado de insumos básicos, principalmente de corretivos do solo e fertilizantes. Com o incremento que deverá haver pela necessidade de adubação das culturas, que estava previsto de ser triplicado nos próximos vinte anos para atingir as metas desejadas (Goedert et al. 1980), a pesquisa com fertilizantes se torna de primordial importância para uma utilização equilibrada, racional e econômica na expansão agrícola do País.

Delineamentos de tratamentos para ensaios de adubação

Muitas têm sido, no País, as contribuições para avaliação de experimentos com fertilizantes, que levam em conta diversos modelos para adaptação de superfícies de resposta, possibilitando, ao mesmo tempo, análise econômica dos resultados. Baseados em dados de experimentos de adubação N, P e K em ensaios fatoriais 3 x 3 x 3, largamente utilizados até a década de 60, estão os trabalhos de Gomes (1957) e Alvarez et al. (1963), em ensaios de cana-de-açúcar; de Arruda (1959 e 1968), Campos (1967) e Vieira et al. (1971), em ensaios de milho; de Fuzatto et al. (1970), em ensaios com o algodoeiro; de Igue et al. (1971), na adubação do feijoeiro. Nagai et al. (1979) fazem estudo econômico de adubação em algodoeiro, utilizando ensaios fatoriais 3 x 4 com N e K.

Porém, desde a década de 40, Sukhatme (1941), ao analisar experimentos conduzidos na Índia, entre 1932 e 1938, com três níveis de torta de amendoim, para verificar o efeito de nitrogênio sobre a produção de arroz, fez ponderações a respeito do número de níveis utilizados; comentou que a determinação da dose ótima de adubação pressupõe uma forma conhecida para a resposta ao nutriente e que os experimentos não continham mais que três ou quatro doses, claramente muito poucas para proporcionarem uma indicação adequada dessa relação. Nesse mesmo sentido, Boyd (1972) comentou ser raramente praticável a pesquisa da curva de resposta para mais de um nutriente, uma vez que devem ser testados pelo menos cinco níveis, e preferivelmente maior número, bem escolhidos. Ele reafirma essa necessidade em apresentação histórica sobre as modificações que foram sendo introduzidas, na Grã-Bretanha, por sugestão do Departamento de Estatística de Rothamsted, na abordagem do delineamento e análise da experimentação de campo (Boyd 1973), citando o uso de fatoriais fracionados (1/6) 6^3 e sugerindo o de (1/7) 7^3 e (1/9) 9^3 em ensaios de pesquisa com fertilizantes. Trabalho de oito anos de pesquisa com as culturas de trigo, batata, cevada e beterraba açucareira foi realizado, pelo mesmo Departamento, usando oito ou nove níveis de nitrogênio, com até 210 ou 240 kg/ha de N, para tentar obter uma boa adaptação de curva de resposta, através de modelos polinomiais de formas ainda não definitivamente estabelecidas (George 1982).

Anderson & Nelson (1975), ao desenvolverem um sistema de modelos pertencentes a uma família de platô linear para avaliar a resposta a um único fertilizante, apresentaram diagramas e modelos com seis níveis; no artigo, mencionaram estar desenvolvendo cálculos para aplicação dos modelos a ensaios com sete níveis, assim como um conjunto de regras gerais para o caso de vários nutrientes.

Para dois nutrientes, há exemplos, no País, de ensaios com cinco níveis, em delineamentos fatoriais 5 x 5, com as culturas do milho (Bauwin et al. 1967), feijão (Miller et al. 1972), sorgo (Sampaio 1972), soja (Guazzelli et al. 1973); para três fatores, o fatorial 5 x 5 x 5 foi usado em ensaios com feijão (Pessanha & Penteado 1982); existem já resultados de experimento com amendoim (Dechen et al. s.n.t.), que utiliza um dos tipos do fatorial fracionado (1/5) (5 x 5 x 5) (Conagin & Jorge 1977).

Surgidos no campo da pesquisa industrial (Box & Wilson 1951), os delineamentos compostos têm sido utilizados em ensaios de adubação, no Exterior e no País. Entre nós, ensaios de adubação de milho foram plantados a partir de 1962, em São Paulo, com cinco níveis de N, P e K, eqüidistantes, num total de quinze tratamentos do Box original; Miranda & Miranda (1971) adaptaram modelo quadrático aos dados de produção, obtendo superfícies de resposta que levaram aos valores de produção máxima, maior lucro por área e por capital, e aos que chamaram de recomendação média de adubação. Com o mesmo delineamento, em três repetições, foi instalado, em 1967, ensaio com feijão, para estudo do efeito de calcário, nitrogênio e fósforo; para os fatores calcário, nitrogênio, fósforo e potássio, em ensaio com arroz, em duas repetições, foi utilizado um composto central rotacional (Guazzelli et al. 1973).

Por sugestão de Conagin, foram instalados, em 1962, em região de cerrado, experimentos com N, P e S em capim-bermuda, usando o delineamento composto central com quinze tratamentos e níveis não-eqüidistantes; sua análise estatística através de modelo quadrático encontra-se em Jorge & Freitas (1979).

Aos tratamentos básicos do delineamento composto original, que constam de um núcleo representado por um fatorial 2^h nos níveis $\pm$ 1, de um ou mais pontos centrais, e de pontos extras $-\alpha$ e $+\alpha$ colocados em h eixos, a partir do ponto central, vários autores têm tentado introduzir modificações, a fim de captar melhor as respostas de produção aos nutrientes aplicados. Uma abordagem sobre os delineamentos de Tramel (1957), Stavrou & Cady (1967), Voss & Pesek (1967), Vanderlip & Pesek (1970), Christians et al. (1979) e Rojas (1963 e 1972), foi dada em trabalho anterior (Jorge 1980). Com exceção de Rojas, os outros autores usaram três fatores nos delineamentos.

No Brasil, modificações foram apresentadas por Conagin et al. (1969), para três fatores, com pontos fatoriais em $\pm$ 1 e $\pm$ 2, um ponto central, e doze axiais em $\pm$ 1 e $\pm$ 2, num total de 29 pontos. Conagin & Jorge (1979) ortogonalizaram esse delieamento composto central duplo, que ficou com nove níveis em cada um dos três fatores. Conagin (1982a) estendeu até sete fatores o delineamento anterior, dividindo os tratamentos em blocos. Conceitos de rotacionalidade, ortogonalidade entre componentes e entre blocos foram aplicados por Conagin (1982b) ao composto central original.

Para dois fatores, Batista (1978) apresentou o delineamento em círculos, com oito pontos à distância $\sqrt{2}$ e $\alpha\sqrt{2}$ do centro, e mais P pontos centrais, que abrangem nove níveis por fator; Costa (1980) considera dois fatoriais em $\pm$ 1 e $\pm\ \alpha$, axiais em $\pm\ \alpha\sqrt{2}$, com ponto central repetido até oito vezes, num total de sete níveis para cada fator.

O delineamento Guadalupe

Apresentado em Costa Rica, em 1972, segundo Páez & Silva (1975), é uma modificação do composto central, para h fatores em sete níveis, desenvolvido para estimar funções de produção em experimentos com fertilizantes.

O total N de tratamentos é igual a $2^{h-g} + 6h + c$, com 6h pontos axiais nos níveis 0, 1, 2, 4, 5 e 6, c pontos centrais no nível 3, com c normalmente igual a um; 2^{h-g} representa a parte fatorial (fracionada ou completa conforme o valor de g) nos níveis 0 e 6.

Foi aplicada por Jorge (1980) a metodologia de superfície de resposta, através de um modelo de regressão polinomial quadrática, com componentes ortogonais de primeiro e de segundo grau, para desenvolvimento de análise do Guadalupe com três fatores; foi também proposta sua ortogonalização, e o delineamento ficou com nove níveis. Um experimento simulado de adubação N, P e K com milho serviu de exemplo para análise estatística e econômica de resultados obtidos a partir dos tratamentos do Guadalupe.

Variações a partir do delineamento Guadalupe

Pelo número conveniente de níveis (sete ou nove) para cada fator, pelo número adequado de tratamentos para ensaios de campo (N = 17, 27 e 41, para dois, três e quatro fatores, e c = 1), a estrutura do delineamento é de grande interesse em ensaios com fertilizantes, e pode ser útil também a outras áreas de pesquisa.

Entretanto, ainda que autores, como Rojas (1982) e Anderson & Nelson (1975), achem importante incluir uma testemunha sem adubo entre os tratamentos de um delineamento (e com essa finalidade Rojas 1963 desenvolveu o San Cristóbal), o fatorial do Guadalupe, colocado nos níveis extremos 0 e 6, pode trazer um desbalanceamento nas combinações de quantidades dos fertilizantes, com possíveis desequilíbrios fisiológicos para a planta e conseqüente baixa produção.

Hodnett (1956), em comentários sobre esse problema em fatoriais 3^3, sugere sejam usados níveis 1, 2 e 3 do nutriente indispensável ao aproveitamento dos restantes, colocando canteiros extras com seu nível zero.

Na tentativa de conciliar a necessidade de conhecimento do nível real de nutrição do solo e o equilíbrio das doses de fertilizantes, é sugerido pela autora um deslocamento dos níveis do fatorial, aproximando-os do centro do delineamento, e incluindo a testemunha, sem adubo, como tratamento extra.

Os novos níveis do fatorial passam a ser 1 e 5, 2 e 4; para o delineamento original e para suas variações, foi feita a ortogonalização; são dadas as soluções para dois, três e quatro fatores e para c = 1 e c = h pontos centrais.

O uso de h pontos centrais possibilita estimação do erro experimental. Stavrou & Cady (1967) não são favoráveis à repetição desses pontos centrais em ensaios agronômicos de campo; eles fazem a observação de que, nesses ensaios, a repetição do ponto central dos delineamentos compostos não dá uma estimativa adequada do erro experimental, e propõem repetição de todos os pontos do delineamento triplo cubo. Lucas (1974), em artigo sobre comparação de delineamentos compostos, aplicados à experimentação industrial, diz que pontos centrais continuarão a ser usados na prática e, muitas vezes, com maior número de repetições que os outros; uma das razões é que os pontos centrais devem estar localizados perto da região operacional mais importante do delineamento; sendo repetidos, além de darem uma estimativa do erro, aumentam a informação onde ela é de maior utilidade. Na opinião da autora, a repetição do número de pontos centrais é vantajosa para a obtenção de uma estimativa do erro verdadeiro e para o teste de adequação do modelo e, por isso, um número de pontos centrais igual ao de fatores é considerado no trabalho.

Embora as variações sugeridas tenham visado principalmente o equilíbrio das doses de fertilizantes, os novos delineamentos apresentam, ainda, como os axiais com três, cinco e sete níveis (Conagin & Jorge (s.n.t.), a vantagem de possibilitar uma análise dinâmica dos resultados, em alguns casos sem perda de informação sobre as interações.

Mesmo sem ser de primordial importância para o caso presente, em que razões agronômicas prevaleceram para a sugestão dos delineamentos, é feita comparação de eficiência destes, em relação aos Guadalupes originais; entre os critérios de Box & Wilson (1951) e de Gomes & Campos (1972), utilizados no trabalho com o Guadalupe original (Jorge 1980), optou-se pelo uso do primeiro, no qual a medida que permite a comparação dos delineamentos leva em conta a posição de todos os pontos, externos e internos, do delineamento, e não somente a amplitude total entre eles.

MATERIAL E MÉTODOS

Variações do Guadalupe original

A partir do Guadalupe original, com N pontos, dos quais 2^h fatoriais nos níveis 0 e 6, 6h axiais em 0, 1, 2, 4, 5 e 6 de um fator para nível médio dos h - 1 restantes, e c pontos centrais no nível 3, são consideradas duas variações com os pontos fatoriais em 1 e 5 e em 2 e 4, para h = 2, 3, 4. Até h = 4 não haverá fracionamento do fatorial (g = 0).

A escolha do modelo de regressão linear polinomial quadrática com polinômios ortogonais ξ_1 (1º grau) e ξ_2 (2º grau), para estimação da superfície de resposta, foi discutida em Jorge (1980); a seqüência das operações para estimação dos parâmetros e de suas variâncias e covariâncias é a mesma, e o Guadalupe para três fatores e níveis 0 e 6 dos pontos fatoriais está englobado como caso particular do desenvolvimento atual.

São considerados até quatro fatores genéricos m, designados por i, j, k, ℓ; o modelo tem o termo relativo à média ($b_0\,\xi_0$), aos componentes linear ($b_{1m}\,\xi_{1m}$) e quadrático puro ($b_{2m}\,\xi_{2m}$) de cada fator, e as interações lineares de dois fatores m ($b_{1m_1\,1m_2}\,\xi_{1m_1\,1m_2}$, com $m_1 \neq m_2$), num total de d = 6, 10 e 15 parâmetros b, para h igual a 2, 3 e 4, respectivamente.

Em todo o trabalho, serão sempre dadas as expressões para h = 4 e d = 15; as reduções para três e dois fatores são feitas simplesmente eliminando ℓ e k.

$$
\begin{aligned}
y_{ijk\ell} = {} & b_0\,\xi_0 + b_{1i}\,\xi_{1i} + b_{1j}\,\xi_{1j} + b_{1k}\,\xi_{1k} + b_{1\ell}\,\xi_{1\ell} + \\
& + b_{2i}\,\xi_{2i} + b_{2j}\,\xi_{2j} + b_{2k}\,\xi_{2k} + b_{2\ell}\,\xi_{2\ell} + \\
& + b_{1i1j}\,\xi_{1i1j} + b_{1i1k}\,\xi_{1i1k} + b_{1i1\ell}\,\xi_{1i1\ell} + \\
& + b_{1j1k}\,\xi_{1j1k} + b_{1j1\ell}\,\xi_{1j1\ell} + b_{1k1\ell}\,\xi_{1k1\ell} + \\
& + \epsilon_{ijk\ell}
\end{aligned}
$$

A aplicação das condições de ortogonalidade para os polinômios $\xi_{1m} = \alpha_1 + X_m$ e $\xi_{2m} = \alpha_2 + \gamma_2 X_m + X_m^2$, onde X_m representa o nível dos fatores, leva ao sistema:

$$
\begin{cases}
\Sigma\,\xi_{1m} = N\alpha_1 + 3N = 0 \\
\Sigma\,\xi_{2m} = N\alpha_2 + 3N\gamma_2 + \Sigma X_m^2 = 0 \\
\Sigma\,\xi_{1m}\,\xi_{2m} = 0
\end{cases}
\quad
\begin{cases}
\alpha_1 = -3. \\
\gamma_2 = -6 \\
\alpha_2 = 18 - \Sigma X_m^2/N
\end{cases}
$$

Uma vez determinados ξ_{1m} e ξ_{2m} para cada $y_{ijk\ell}$ do delineamento, compõe-se a matriz Ξ das variáveis independentes e, em seguida, as matrizes $S = \Xi'\,\Xi$ e S^{-1}. Os valores de ξ_{1m} correspondentes aos pontos fatoriais serão designados por W; W será ± 3 para o Guadalupe original, ± 2 e ± 1 para as variações.

As linhas de Ξ são indicadas por $\Xi'_{ijk\ell}$ com d colunas, as colunas de Ξ são indicadas pelo vetor genérico Ξ_b, constituído por N linhas; o vetor coluna dos $y_{ijk\ell}$ é designado por Y.

Como em todo delineamento do tipo composto central analisado por um modelo quadrático em X, na matriz S os elementos correspondentes à média, aos componentes lineares e às interações lineares estão na diagonal (e têm valores iguais, respectivamente, a N, $\Sigma\,\xi_{1m}^2$ e $\Sigma\,\xi_{1m_1\,1m_2}^2$, com $m_1 \neq m_2$). Os elementos correspondentes aos quadráticos puros formam uma matriz S_Q, de dimensão h, e são designados por p (na diagonal) e q (fora dela), com valores $p = \Sigma\,\xi_{2m}^2$ e $q = \Sigma\,\xi_{2m_1}\xi_{2m_2}$, com $m_1 \neq m_2$, obtidos pelas fórmulas:

$$p = q + 2\,(3^4 + 2^4 + 1^4)$$

$$q = \frac{FTW^4 - 4\,TW^2\,(3^2 + 2^2 + 1^2) - [\,2\,(3^2 + 2^2 + 1^2)\,]}{F + T}$$

onde $F = 2^h$; $\qquad T = 6h + c$

Os elementos de S_Q^{-1}, e na diagonal, f fora dela, têm por expressão:

$$e = \frac{p + (h-2)\,q}{(p-q)\,[\,p + (h-1)\,q\,]}; \qquad f = \frac{-q}{(p-q)\,[\,p + (h-1)\,q\,]}$$

A partir de S^{-1}, calcula-se $\hat{\beta} = S^{-1}\,\Xi'\,Y$, vetor dos $\hat{b}$, estimativas dos parâmetros b, obtêm-se as variâncias e covariâncias dos $\hat{b}$ e dos $\hat{y}_{ijkl}$ e pode-se fazer a análise da variância.

O vetor coluna $\Xi'\,Y$, constituído de d elementos, tem as expressões que se seguem:

$A = \Xi'_{b_0}\,Y = \Sigma\,y_{ijk\ell}$

$B_1 = \Xi'_{b_1 i}Y \quad B_2 = \Xi'_{b_2 i}Y \quad B_1C_1 = \Xi'_{b_1 i_1 j}Y \quad C_1D_1 = \Xi'_{b_1 j_1 k}Y$

$C_1 = \Xi'_{b_1 j}Y \quad C_2 = \Xi'_{b_2 j}Y \quad B_1D_1 = \Xi'_{b_1 i_1 k}Y \quad C_1E_1 = \Xi'_{b_1 j_1 \ell}Y$

$D_1 = \Xi'_{b_1 k}Y \quad D_2 = \Xi'_{b_2 k}Y \quad B_1E_1 = \Xi'_{b_1 i_1 \ell}Y \quad D_1E_1 = \Xi'_{b_1 k_1 \ell}Y$

$E_1 = \Xi'_{b_1 \ell}Y \quad E_2 = \Xi'_{b_2 \ell}Y$

Então $\hat{\beta} = S^{-1}\,\Xi'\,Y$ tem como estimativas

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_{1i} \\ \hat{b}_{1j} \\ \hat{b}_{1k} \\ \hat{b}_{1\ell} \\ \hat{b}_{2i} \\ \hat{b}_{2j} \\ \hat{b}_{2k} \\ \hat{b}_{2\ell} \\ \hat{b}_{1i1j} \\ \hat{b}_{1i1k} \\ \hat{b}_{1i1\ell} \\ \hat{b}_{1j1k} \\ \hat{b}_{1j1\ell} \\ \hat{b}_{1k1\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/N)A \\ (1/\Sigma\,\xi^2_{1i})B_1 \\ (1/\Sigma\,\xi^2_{1j})C_1 \\ (1/\Sigma\,\xi^2_{1k})D_1 \\ (1/\Sigma\,\xi^2_{1\ell})E_1 \\ Q = (e\,B_2 + f\,C_2 + f\,D_2 + f\,E_2) \\ R = (f\,B_2 + e\,C_2 + f\,D_2 + f\,E_2) \\ T = (f\,B_2 + f\,C_2 + e\,D_2 + f\,E_2) \\ U = (f\,B_2 + f\,C_2 + f\,D_2 + e\,E_2) \\ (1/\Sigma\,\xi_{1i1j})\,B_1C_1 \\ (1/\Sigma\,\xi_{1i1k})\,B_1D_1 \\ (1/\Sigma\,\xi_{1i1\ell})\,B_1E_1 \\ (1/\Sigma\,\xi_{1j1k})\,C_1D_1 \\ (1/\Sigma\,\xi_{1j1\ell})\,C_1E_1 \\ (1/\Sigma\,\xi_{1k1\ell})\,D_1E_1 \end{bmatrix}$$

As variâncias e covariâncias dos elementos de $\hat{\beta}$ são dadas por $S^{-1}\,\sigma^2$ e vêm a seguir:

$$V(\hat{b}_0) = (1/N)\,\sigma^2$$

$$V(\hat{b}_{1m}) = (1/\Sigma\,\xi^2_{1m})\,\sigma^2 = \left\{1/\left[FW^2 + 2\,(3^2 + 2^2 + 1^2)\right]\right\}\,\sigma^2$$

$$V(\hat{b}_{2m}) = e\,\sigma^2$$

$$V(\hat{b}_{1m_1\,1m_2}) = (1/\Sigma\,\xi^2_{1m_1\,1m_2})\sigma^2 = [\,1/FW^4\,]\,\sigma^2$$

$$\mathrm{Cov}\,(\hat{b}_{2m_1}\,\hat{b}_{2m_2}) = f\,\sigma^2$$

A variância das respostas estimadas é dada por:

$$\mathrm{Var}\,(\hat{y}_{ijk\ell}) = \Xi'_{ijk\ell}\,S^{-1}\,\Xi_{ijk\ell}, \text{ que resulta em}$$

$$\mathrm{Var}(\hat{y}_{ijk\ell}) = [(1/N)\,\xi_0^2 + (1/\Sigma\xi^2_{1m})\,(\xi^2_{1i} + \xi^2_{1j} + \xi^2_{1k} + \xi^2_{1\ell}) + e(\xi^2_{2i} + \xi^2_{2j} + \xi^2_{2k} + \xi^2_{2\ell}) + (1/\Sigma\xi^2_{1m_1\,1m_2})$$

$$(\xi^2_{1i1j} + \xi^2_{1i1k} + \xi^2_{1i1\ell} + \xi^2_{1j1k} + \xi^2_{1j1\ell} + \xi^2_{1k1\ell}) + 2f\,(\xi_{2i}\xi_{2j} + \xi_{2i}\xi_{2k} + \xi_{2i}\xi_{2\ell} + \xi_{2j}\xi_{2k} + \xi_{2j}\xi_{2\ell} + \xi_{2k}\xi_{2\ell})]\,\sigma^2$$

A análise da variância é feita na maneira usual, com d graus de liberdade para a soma de quadrados da regressão e N - d para o erro. Para testar individualmente os componentes quadráticos puros, aplica-se facilmente o método dos resíduos condicionados, através de matrizes com os elementos p e q, de dimensão h - 1.

Ortogonalização do delineamento Guadalupe original e de suas variações através de modelo de regressão quadrática

O modelo de regressão linear polinomial quadrática, na variável reduzida x_m, é o que se segue:

$$y_{ijk\ell} = b'_0 + \Sigma b_{1m}x_m + \Sigma b_{2m}\;(x^2_m - \Sigma x^2_m/N) + \Sigma b_{1m_1\,1m_2}\,x_{m_1}x_{m_2} + \epsilon_{ijk\ell},$$

onde $b'_0 = b_0 + (\Sigma x^2_m/N)\,(\Sigma b_{2m})$

Introduziu-se α como um fator multiplicativo das coordenadas dos pontos axiais, e este α vai ortogonalizar o delineamento; as coordenadas serão $\pm\alpha$, $\pm 2\alpha$, $\pm 3\alpha$ nos pontos axiais; 0 no ponto central; ± 3 nos pontos fatoriais do Guadalupe original, e ± 2 e ± 1 nos novos pontos fatoriais dos Guadalupes sugeridos. A exemplo de trabalhos anteriores (Batista 1976 e 1978, Batista & Silva 1978, Nariño 1981, Villasmil 1978a e 1978b), foi determinado o valor de α que ortogonaliza o delineamento (Jorge 1982).

Lembrado que $\pm W$ indica as coordenadas dos pontos fatoriais em cada uma das estruturas do Guadalupe, F o número dos pontos fatoriais ($F = 2^h$), T o número dos pontos axiais e centrais ($T = 6h + c$), o valor de α é dado por:

$$\alpha = W\left[\frac{-F + \sqrt{F(F+T)}}{2\,(3^2 + 2^2 + 1^2)}\right]^{1/2}$$

Pela fórmula, vê-se que α, relacionado aos pontos axiais, é proporcional aos níveis dos fatoriais.

A ortogonalização faz com que o Guadalupe passe a ter nove níveis em vez de sete, dois deles como projeção dos níveis dos pontos fatoriais.

Construída a matriz X das variáveis independentes, a matriz S_Q dos componentes quadráticos puros se reduz aos elementos da diagonal principal, e as variâncias das estimativas dos parâmetros são:

$V(\hat{b}_0) = \sigma^2/N$; $V(\hat{b}_{1m}) = \sigma^2/[FW^2 + 2(3^2 + 2^2 + 1^2)\alpha^2]$

$V(\hat{b}_{2m}) = \sigma^2/[2(3^4 + 2^4 + 1^4)\alpha^4]$; $V(\hat{b}_{1m_1 1m_2}) = \sigma^2/FW^4$

Comparação entre os delineamentos propostos e o Guadalupe original. Critério de Box e Wilson

Pelo critério de Box & Wilson (1951) são comparadas as variâncias das estimativas dos parâmetros, depois de corrigidas para número de pontos do delineamento, quando necessário (para ter a medida por observação), e para escala, através do segundo momento marginal dos pontos em relação à média. Para isso as coordenadas das variáveis x_m reduzidas devem ser divididas por s_m, medida de espalhamento de cada variável; dois delineamentos têm escala comparável quando o espalhamento para cada fator é o mesmo nos dois delineamentos. No cálculo, as operações correspondem a que se multipliquem as variâncias de b_{1m} pelo valor de s_m^2, e as variâncias das estimativas dos componentes quadráticos puros e das interações por s_m^4. Por esse critério, se os componentes lineares são independentes dos outros fatores, eles vão ter igual precisão nos delineamentos a serem comparados; então, a eficiência entre os componentes lineares é sempre igual a 1; a eficiência será calculada, portanto, somente para os componentes quadráticos, os puros e os relativos às interações.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados foram obtidos para c = 1 ponto central, como é comumente usado (Páez & Silva 1975), e para c = h pontos centrais, como sugerido no presente trabalho. Os elementos das matrizes S e S^{-1} são dados separadamente para os delineamentos não-ortogonais e ortogonais. As variâncias das estimativas de $y_{ijk\ell}$ e as variâncias, corrigidas para espalhamento, das estimativas dos parâmetros quadráticos, bem como a eficiência dos delineamentos, são apresentadas em tabelas conjuntas para os delineamentos ortogonais e não-ortogonais.

Guadalupe original e suas variações

Os valores de $\xi_{1m} = -3 + X_m$ correspondentes aos níveis X_m, variando de 0 a 6, são, respectivamente, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3 para qualquer dos delineamentos estudados; os valores de ξ_{1m} correspondentes aos pontos fatoriais, designados genericamente por W, são W = ± 3 para o Guadalupe original, W = ± 2 e W = ± 1 para as variações.

Uma vez obtidos os coeficientes α_2, são encontrados valores para ξ_{2m}, dados na Tabela 1. Em cada coluna, os valores indicados por a referem-se a c = 1 e os indicados por b, a c = h.

Com ξ_{1m} e ξ_{2m} são construídos os vetores Ξ_b e a matriz Ξ; $S = \Xi'\Xi$ e S^{-1} são imediatamente calculadas.

São dados na Tabela 2 os elementos de S^{-1} relativos aos componentes especificados.

A partir das colunas da Tabela pode-se obter as variâncias e covariâncias dos elementos de $\hat{\beta}$. Multiplicando os valores por σ^2, as colunas representam, respectivamente, $V(\hat{b}_0)$, $V(\hat{b}_{1m})$, $V(\hat{b}_{2m})$, $Cov(\hat{b}_{2m_1}\hat{b}_{2m_2})$ e $V(\hat{b}_{1m_1 1m_2})$.

Guadalupe ortogonal e suas variações

Já foram obtidos os valores α que ortogonalizam o Guadalupe; os níveis ± α, ± 2 α e ± 3 α dos pontos axiais são, aproximadamente, os que se encontram na Tabela 3; correspondem aos valores da variável reduzida x_m, que é igual a zero no ponto central, e igual a ± W nos pontos fatoriais.

De acordo com a fórmula de α, e conforme se vê na Tabela 3, os níveis dos pontos axiais são proporcionais aos níveis dos pontos fatoriais; realmente, colocando-se em gráfico o valor do nível do ponto central (zero), os valores absolutos dos níveis dos pontos axiais extremos e dos pontos fatoriais do Guadalupe original ortogonalizado e suas variações, também ortogonalizadas, obtêm-se triângulos semelhantes. Isto mostra que a posição relativa dos pontos dos delineamentos Guadalupes ortogonais é invariante quanto ao deslocamento dos pontos fatoriais.

Os valores de $(x_m^2 - \Sigma x_m^2/N)$ são dados na Tabela 4.

Os elementos de S^{-1} vêm na Tabela 5.

Multiplicando os valores da Tabela 5 por σ^2, suas colunas representam $V(\hat{b}_0)$, $V(\hat{b}_{1m})$, $V(\hat{b}_{2m})$ e $V(\hat{b}_{1m_1 1m_2})$, respectivamente.

Variância das respostas estimadas

Embora as variâncias dos coeficientes do modelo, nos Guadalupes ortogonais, dependam da localização de seus pontos fatoriais, conforme se observa na Tabela 5, pode-se verificar, fazendo os cálculos, que as variâncias dos $\hat{y}_{ijk\ell}$, em pontos

TABELA 1. Valores de ξ_{2m} nos pontos de coordenada X_m dos delineamentos Guadalupe original e suas variações, para dois, três e quatro fatores, e para c= 1 e c= h pontos centrais.

h	Níveis do fatorial	X_m = 0 ou X_m = 6	X_m = 1 ou X_m = 5	X_m = 2 ou X_m = 4	X_m = 3
2	0 e 6	5,23529[a] 5,44444[b]	0,23529 0,44444	-2,76471 -2,55556	-3,76471 -3,55556
	1 e 5	6,41176 6,55555	1,41176 1,55555	-1,58824 -1,44444	-2,58824 -2,44444
	2 e 4	7,11765 7,22222	2,11765 2,22222	-0,88235 -0,77778	-1,88235 -1,77778
3	0 e 6	5,29629 5,55172	0,29629 0,55172	-2,70371 -2,44828	-3,70371 -3,44828
	1 e 5	6,77778 6,93103	1,77778 1,93103	-1,22222 -1,06897	-2,22222 -2,06897
	2 e 4	7,66667 7,75862	2,66667 2,75862	-0,33333 -0,24138	-1,33333 -1,24138
4	0 e 6	4,80487 5,09091	-0,19513 0,09091	-3,19513 -2,90909	-4,19513 -3,90909
	1 e 5	6,75610 6,90909	1,75610 1,90909	-1,24390 -1,09091	-2,24390 -2,09091
	2 e 4	7,92683 8,00000	2,92683 3,00000	-0,07317 0,00000	-1,07317 -1,0000

[a] 1 ponto central

[b] h pontos centrais.

TABELA 2. Elementos da matriz S^{-1} (relativos à média, aos componentes lineares, quadráticos puros e à interações lineares de dois fatores), dos delineamentos Guadalupe original e suas variações, para dois, três e quatro fatores, e para c= 1 e c= h pontos centrais. Todos os valores devem ser mulplicados por 10^{-6}.

h	Níveis do fatorial	1/N	$1/\Sigma\xi^2_{1m}$	e	f	$1/\Sigma\xi^2_{1m_1 1m_2}$
2	0 e 6	58824[a] 55555[b]	15625 15625	3932 3837	-1170 -1265	3086 3086
	1 e 5	58824 55555	22727 22727	7747 7143	2644 2041	15625 15625
	2 e 4	58824 55555	31250 31250	8537 8093	3435 2991	25000 25000
3	0 e 6	37037 34483	10000 10000	3735 3703	-1377 -1399	1543 1543
	1 e 5	37037 34483	16667 16667	5253 5007	151 -95	7812 7812
	2 e 4	37037 34483	27778 27778	7787 7280	2685 2178	125000 125000

TABELA 2. Continuação.

h	Níveis do fatorial	1/N	$1/\Sigma\xi^2_{1m}$	e	f	$1/\Sigma\xi^2_{1m_1 1m_2}$
4	0 e 6	24390	5814	3927	-1175	772
		22727	5814	3919	-1182	772
	1 e 5	24390	10870	4460	-641	3906
		22727	10870	4381	-721	3906
	2 e 4	24390	22727	7342	2240	62500
		22727	22727	6803	1701	62500

[a] 1 ponto central

[b] h pontos centrais.

TABELA 3. Níveis, em variáveis reduzidas, dos pontos dos delineamentos Guadalupes ortogonais, para dois, três e quatro fatores, quando os níveis dos pontos fatoriais estão em 0 e 6, 1 e 5 ou 2 e 4, para c = 1 e c = h pontos centrais.

h	Níveis do fatorial	α	2α	3α	Pontos fatoriais
2	0 e 6	± 1,167[a]	± 2,334	± 3,501	± 3
		± 1,200[b]	± 2,400	± 3,600	
	1 e 5	± 0,778	± 1,556	± 2,334	± 2
		± 0,800	± 1,600	± 2,400	
	2 e 4	± 0,389	± 0,778	± 1,167	± 1
		± 0,400	± 0,800	± 1,200	
3	0 e 6	± 1,467	± 2,934	± 4,401	± 3
		± 1,524	± 3,048	± 4,572	
	1 e 5	± 0,978	± 1,956	± 2,934	± 2
		± 1,016	± 2,032	± 3,048	
	2 e 4	± 0,489	± 0,978	± 1,467	± 1
		± 0,508	± 1,016	± 1,524	
4	0 e 6	± 1,758	± 3,516	± 5,274	± 3
		± 1,840	± 3,680	± 5,520	
	1 e 5	± 1,172	± 2,344	± 3,516	± 2
		± 1,227	± 2,454	± 3,681	
	2 e 4	± 0,586	± 1,172	± 1,758	± 1
		± 0,613	± 1,226	± 1,839	

[a] 1 ponto central

[b] h pontos centrais.

correspondentes, não vão depender; isso era esperado, por causa de ser invariante a posição relativa dos pontos nesses delineamentos ortogonais. Na Tabela 6, portanto, os resultados para os três Guadalupes ortogonais reduzem-se a um só resultado para cada ponto.

Para os Guadalupes não-ortogonais, quando os níveis dos fatoriais se deslocam para o centro do delineamento, as variâncias das respostas nesses pontos fatoriais decrescem, como era de esperar, mas as variâncias das respostas nos axiais em 1 e 5 e em 0 e 6 aumentam; as variâncias das respostas dos axiais em 2 e 4 acompanham a variabilidade da resposta no ponto central. A amplitude das variâncias se torna sempre menor quando os níveis dos fatoriais se deslocam dos pontos extremos para o centro do delineamento.

Para dois fatores, as variâncias das respostas do Guadalupe ortogonal, estimadas nos pontos fatoriais e nos pontos axiais em 1 e 5 e em 0 e 6, estão localizadas entre as dos pontos respectivos do Guadalupe original e as dos pontos da variação proposta 1 e 5; para quatro fatores, estão entre as variâncias dos pontos dos Guadalupes com fatorial em 1 e 5, e em 2 e 4.

Nos outros pontos (centrais e axiais em 2 e 4) as variâncias dos pontos do Guadalupe ortogonal com quatro fatores são maiores que as variâncias nos pontos dos outros delineamentos; para dois fatores, elas são intermediárias entre as variações 1 e 5 e as outras duas.

Para três fatores, as variâncias estimadas em todos os pontos do delineamento ortogonal estão

TABELA 4. Valores de (x_m^2 - $\Sigma x_m^2/N$) nos pontos dos delineamentos Guadalupes ortogonais com fatorial em 0 e 6, 1 e 5, 2 e 4, para dois, três e quatro fatores.

h	Níveis do fatorial	Pontos axiais α	Pontos axiais 2α	Pontos axiais 3α	Ponto central	Pontos fatoriais
2	0 e 6	-3,00079[a] -2,80093[b]	1,09377 1,52411	7,91804 8,73251	-4,36564 -4,24261	4,63436 4,75738
	1 e 5	-1,33368 -1,24485	0,48612 0,67735	3,51913 3,88104	-1,94029 -1,88559	2,05972 2,11441
	2 e 4	-0,33342 -0,31121	0,12153 0,16934	0,87978 0,97026	-0,48507 -0,47140	0,51493 0,52860
3	0 e 6	-2,74639 -2,40261	3,71135 4,57067	14,47424 16,19279	-4,89897 -4,72703	4,10103 4,27299
	1 e 5	-1,22062 -1,06782	1,64950 2,03138	6,43303 7,19673	-2,17732 -2,10089	1,82268 1,89911
	2 e 4	-0,30515 -0,26696	0,41237 0,50784	1,60825 1,79918	-0,54433 -0,52522	0,45567 0,47478
4	0 e 6	-2,53252 -2,04160	6,73666 8,11520	22,18531 25,04320	-5,62225 -5,42720	3,77774 3,57280
	1 e 5	-1,12557 -0,90738	2,99407 3,60677	9,86014 11,13034	-2,49878 -2,41209	1,50122 1,58791
	2 e 4	-0,28139 -0,22685	0,74852 0,90170	2,46503 2,78258	-0,62469 -0,60302	0,37530 0,39698

[a] 1 ponto central

[b] h pontos centrais.

TABELA 5. Elementos das matrizes S^{-1}, diagonais, dos delineamentos Guadalupes ortogonais, para dois, três e quatro fatores, com pontos fatoriais em 0 e 6, 1 e 5, 2 e 4, e para c = 1 e c = h pontos centrais. Todos os valores devem ser multiplicados por 10^{-6}.

h	Níveis do fatorial	1/N	$1/\Sigma\xi_{1m}^2$	$1/\Sigma\xi_{2m}^2$	$1/\Sigma\xi_{1m_1 1m_2}^2$
2	0 e 6	58.824[a] 55.555[b]	13.474 13.095	2.739 2.454	3.086 3.086
	1 e 5	58.824 55.555	30.317 29.463	13.866 12.427	15.625 15.625
	2 e 4	58.824 55.555	121.268 117.853	221.849 198.836	250.000 250.000
3	0 e 6	37.037 34.483	7.560 7.295	1.101 944	1.543 1.543
	1 e 5	37.037 34.483	17.010 16.413	5.574 4.781	7.812 7.812

TABELA 5. Continuação.

h	Níveis do fatorial	1/N	$1/\Sigma\xi_{1m}^2$	$1/\Sigma\xi_{2m}^2$	$1/\Sigma\xi_{1m_1 1m_2}^2$
3	2 e 4	37.037 34.483	68.041 65.653	89.189 76.490	125.000 125.000
4	0 e 6	24.390 22.727	4.338 4.188	534 445	772 772
	1 e 5	24.390 22.727	9.761 9.422	2.706 2.253	3.906 3.906
	2 e 4	24.390 22.727	39.043 37.689	43.290 36.054	62.500 62.500

[a] 1 ponto central

[b] h pontos centrais.

TABELA 6. Variância das respostas estimadas $\hat{y}_{ijk\ell}$ em pontos do Guadalupe e suas variações não-ortogonais e do Guadalupe ortogonal, para dois, três e quatro fatores, com c = 1 e c = h pontos centrais. Os valores devem ser multiplicados por $10^{-4}\sigma^2$.

h	Níveis do fatorial	Pontos fatoriais	Pontos centrais	Pontos axiais simétricos		
				2 e 4	1 e 5	0 e 6
2	0 e 6	7414[a]	1371	1359	1793	4091
		7392[b]	1206	1217	1713	4074
	1 e 5	5312	1980	1747	1977	5460
		5318	1653	1503	1909	5443
	2 e 4	3800	1437	1348	2250	7108
		3815	1256	1255	2225	7077
	ortog.	6690	1632	1541	1879	4482
		6523	1439	1379	1810	4568
3	0 e 6	7638	770	836	1478	4040
		7631	668	742	1410	4005
	1 e 5	6647	1193	1167	1713	4726
		6634	963	981	1634	4725
	2 e 4	4998	1072	1077	2026	6722
		4948	882	944	2003	6680
	ortog.	6717	1163	1145	1701	4670
		6581	978	991	1642	4768
4	0 e 6	6457	526	590	1252	3927
		6456	454	523	1198	3891
	1 e 5	6046	755	794	1448	4322
		6040	615	675	1380	4307
	2 e 4	4906	892	890	1798	6168
		4886	703	761	1749	6116
	ortog.	5800	920	919	1529	4588
		5712	752	781	1481	4688

a 1 ponto central

b h pontos centrais.

muito próximas às dos pontos respectivos da variação proposta com fatoriais em 1 e 5.

Variâncias das estimativas dos parâmetros, corrigidas para espalhamento e número de pontos

No delineamento Guadalupe, estudado através de modelo quadrático, os componentes lineares não são correlacionados com qualquer outro componente; como esses efeitos lineares ficam com igual precisão, nos delineamentos a serem comparados, quando suas variâncias são corrigidas pela medida de espalhamento (Box & Wilson 1951), a coluna V $(\hat{b}_{1m})$ é omitida na Tabela 7.

A eficiência dos delineamentos propostos, em relação ao Guadalupe original, pode ser avaliada pela observação das eficiências dos parâmetros quadráticos dos modelos utilizados, calculadas a partir dos dados da Tabela 7, e que se encontram na Tabela 8.

Pelo critério de Box & Wilson (1951), os componentes quadráticos puros, nos delineamentos

TABELA 7. Variâncias (corrigidas para espalhamento e número) das estimativas dos parâmetros quadráticos, no delineamento Guadalupe e suas variações, com 1 e h pontos centrais. Os valores devem ser multiplicados por $10^{-4}\sigma^2$.

h	Níveis do fatorial	$V(\hat{b}_{2m})$ Número de pontos centrais 1	h	$V(\hat{b}_{1m_1 1m_2})$ Número de pontos centrais 1	h
2	0 e 6	9.474	8.731	7.435	7.022
	1 e 5	8.822	7.682	17.784	16.806
	2 e 4	5.142	4.604	150.588	142.221
	ortog.	8.874	7.954	10.000	10.000
3	0 e 6	13.796	12.768	5.715	5.322
	1 e 5	7.004	6.216	10.416	9.698
	2 e 4	3.738	3.254	60.000	55.862
	ortog.	7.134	6.119	10.000	10.000
4	0 e 6	28.336	26.353	5.570	5.188
	1 e 5	9.209	8.428	8.063	7.514
	2 e 4	3.467	2.993	29.512	27.500
	ortog.	6.926	5.768	10.000	10.000

TABELA 8. Eficiência dos parâmetros quadráticos dos modelos aplicados aos delineamentos Guadalupes propostos, em relação ao Guadalupe original, com 1 e h pontos centrais.

h	Níveis do fatorial	$EF(\hat{b}_{2m})$ Número de pontos centrais 1	h	$EF(\hat{b}_{1m_1 1m_2})$ Número de pontos centrais 1	h
2	1 e 5	1,07	1,13	0,42	0,42
	2 e 4	1,84	0,89	0,05	0,05
	ortog.	1,06	1,09	0,74	0,70
3	1 e 5	1,97	2,05	0,55	0,55
	2 e 4	3,69	3,92	0,10	0,10
	ortog.	1,93	2,08	0,57	0,53
4	1 e 5	3,07	3,12	0,69	0,69
	2 e 4	8,17	8,80	0,19	0,19
	ortog.	4,09	4,56	0,55	0,51

Guadalupes propostos, são avaliados com eficiência maior do que no Guadalupe original, e os componentes das interações com eficiência menor.

De modo geral, as interações têm-se mostrado de menor importância que os efeitos principais, em ensaio com fertilizantes; além disso, os componentes quadráticos puros são os maiores responsáveis pela curvatura da superfície de resposta. Então, para casos em que se puder esperar interação quase inexistente, seria aconselhável o uso do Guadalupe com pontos fatoriais em 2 e 4.

Entretanto, como um maior equilíbrio entre a eficiência dos dois coeficientes é encontrado quando o Guadalupe é ortogonal, ou quando os pontos fatoriais estão nos níveis 1 e 5, e, como na maioria das vezes, não se pode prever a existência ou não dessas interações, estas duas variações do Guadalupe são preferíveis ao original ou à variação com pontos fatoriais em 2 e 4.

CONCLUSÕES

1. O Guadalupe original e suas variações propostas, ao serem ortogonalizados, levaram a uma posição relativa única dos pontos; o número de níveis de cada fator aumentou de sete para nove; os dois níveis adicionais correspondem à projeção dos pontos fatoriais sobre os eixos; suas coordenadas são sempre menores que as dos axiais extremos.

2. Pela comparação de eficiência, os componentes quadráticos puros dos delineamentos Guadalupe ortogonal e Guadalupe com pontos fatoriais nos níveis 1 e 5 e nos níveis 2 e 4 são mais eficientes que os do delineamento Guadalupe original, utilizando o critério cuja medida de comparação leva em conta a posição de todos os pontos do delineamento.

3. A eficiência dos parâmetros quadráticos puros é aumentada ligeiramente por h pontos centrais.

4. O deslocamento dos pontos fatoriais, na variação ortogonal e com níveis 1 e 5, torna esses delineamentos mais adequados que o Guadalupe original, em ensaios com fertilizantes, porque, além da vantagem de maior equilíbrio entre as doses de nutrientes e maior eficiência dos componentes quadráticos puros, permite a eliminação dos pontos axiais extremos, em casos de respostas em platô para os níveis mais altos de cada fator.

5. Conforme o número de pontos eliminados, o delineamento pode ser analisado ainda como um composto central, se forem mantidos os pontos fatoriais, ou então como um delineamento axial, podendo-se chegar, em qualquer caso, a uma superfície de resposta que permite análise econômica dos resultados.

REFERÊNCIAS

ALVAREZ, R.; SEGALLA, A.L. & WUTKE, A.C.P. Adubação da cana-de-açúcar. VIII. Adubação mineral em solos massapé-salmourão (1957-58). Bragantia, Campinas, 22:657-76, 1963.

ANDERSON, R.L. & NELSON, L.A. A family of models involving intersecting straight lines and concomitant experimental design useful in evaluating response to fertilizer nutrients. Biometrics, Washigton, 31: 303-8, 1975.

ARRUDA, H.V. de. Adubação mineral do milho nas terras roxas do município de Ribeirão Preto. O Biológico, São Paulo, 34:99-109, 1968.

ARRUDA, H.V. de. Contribuição para o estudo da adubação mineral do milho nas terras roxas do município de Ribeirão Preto. Piracicaba, ESALQ/USP, 1959. 39p. Tese Doutorado.

BATISTA, L.B. Delineamento em círculos. Pesq. agropec. bras., Brasília, 13(4):9-15, 1978.

BATISTA, L.B. Determinação de α para tornar ortogonal o delineamento composto central (Box). Piracicaba, ESALQ/USP, 1976. 26p. Tese Mestrado.

BATISTA, L.B. & SILVA, S.C. Determinação de fórmulas no delineamento composto central ortogonal (Box). Pesq. agropec. bras., Brasília, 13(2):39-47, 1978.

BAUM, E.L.; HEADY, E.O. & BLACKMORE, J., ed. Methodological procedures in the economic analysis of fertilizer use data. Ames, The Iowa State College Press, 1956. 218p.

BAUM, E.L.; HEADY, E.O.; PESEK, J.T. & HILDRETH, C.G., ed. Economic and technical analysis of fertilizer innovations and resource use. Ames, The Iowa State College Press, 1957. 393p.

BAUWIN, G.R.; MILLER, S.F.; RUSCHEL, A.B.; EIRA, P.A. & ALVAHYDO, R. Interpretação agronômica e econômica da resposta de superfície. I. Efeito do nitrogênio e do fósforo na produção vegetativa do milho. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIA DO SOLO, 11. Anais... 1967.

BOX, G.E.P. & WILSON, K.B. On the experimental attainment of optimum conditions. J. R. statist. Soc., Ser. B., London, 13:1-45, 1951.

BOYD, D.A. Some recent ideas on fertilizer response curves. In: INTERNATIONAL POTASH INSTITUTE, Berne, Suíça. Role of fertilization in the intensification of agricultural production. s.l.; s.ed., 1972. p.461-73. Proceedings of the 9th Congress of the Int. Potash. Inst., Antibes, 1970.

BOYD, D.A. Developments in field experimentation with fertilizers. Phosphorus Agric., Paris, 61:7-17, 1973.

CAMPOS, H. de. Aspectos da aplicação das superfícies de resposta a ensaios fatoriais 3^3 de adubação. Piracicaba, ESALQ/USP, 1967. 82p. Tese Livre-Docência.

CHRISTIANS, N.E.; MARTIN, D.P. & WILKINSON, J.P. Nitrogen, phosphorus, and potassium effects on quality and growth of Kentucky bluegrass and creeping bentgrass. Agron. J., Madison, 71:564-7, 1979.

CONAGIN, A. Delineamentos compostos centrais duplos. Bragantia, 41:35-48, 1982a.

CONAGIN, A. Delineamentos compostos centrais ortogonais, rotacionais e divisíveis em blocos. Bragantia, 41:49-56, 1982b.

CONAGIN, A. & JORGE, J.P.N. Delineamento (1/5) (5^3). Bragantia, Campinas, 36:23-58, 1977.

CONAGIN, A. & JORGE, J.P.N. Delineamento duplo central composto com vinte e nove pontos. Bragantia, Campinas, 38:217-35, 1979.

CONAGIN, A. & JORGE, J.P.N. Delineamentos axiais para o estudo de três e quatro fatores, com três, cinco e sete níveis. s.n.t.

CONAGIN, A.; JORGE, J.P.N. & VENTURINI, W.R. Delineamentos experimentais utilizáveis na experimentação de campo. In: REYNAERT, E.E. ed. La investigación de fertilidad de suelos para la producción agrícola en la zona templada. Montevideo, IICA-ZC, 1969. 261p.

COSTA, F.A. Novo tipo de delineamento ortogonal adequado para a regressão polinomial do segundo grau. Piracicaba, ESALQ/USP, 1980. 32p. Tese Mestrado.

DECHEN, A.R.; QUAGGIO, J.A.; RAIJ, B. van; HAAG, H.P. & JORGE, J.P.N. Adubação corretiva com calcário, fósforo e potássio para a cultura do amendoim. s.n.t.

FUZATTO, M.G.; VENTURINI, W.R. & CAVALERI, P.A. Estudo técnico-econômico da adubação do algodoeiro no Estado de São Paulo. Campinas, Instituto Agronômico, 1970. 15p. (Projeto BNDE/ ANDA/CIA 1).

GEORGE, B.J. The nitrogen requirement of cereals. In: SOIL SCIENTISTS TECHNICAL CONFERENCE. s.l. Loughborough University, 1982. p.1-19.

GOEDERT, W.J.; LOBATO, E. & WAGNER, E. Potencial agrícola da região dos Cerrados brasileiros. Pesq. agropec. bras., Brasília, 15(1):1-17, 1980.

GOMES, F.P. Análise conjunta de 38 experimentos de adubação de cana-de-açúcar. R. Agric., Piracicaba, 32:113-26, 1957.

GOMES, F.P. & CAMPOS, H. The efficiency of factorial 3^3 designs as compared to a central composite rotatable design. Potash Review, Berna, Feb., 1972.

GUAZZELLI, R.J.; MENDES, J.F.; BAUWIN, G.R. & MILLER, S.F. Efeitos agronômicos e econômicos do calcário, nitrogênio, fósforo, potássio, enxofre e micronutrientes nos rendimentos de soja, feijão e arroz em Uberaba, Minas Gerais. Pesq. agropec. bras. Série Agron., Brasília, 8:29-37, 1973.

HODNETT, G.E. The responses of sugar-cane to fertilizers. Emp. J. Exp. Agric., Oxford, 24:1-19, 1956.

IGUE, T.; MASCARENHAS, H.A.A. & MIYASAKA, S. Estudo comparativo dos métodos de Mitscherlich e do trinômio do segundo grau, na determinação das doses mais econômicas de fertilizantes, na adubação do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.). Campinas, Instituto Agronômico, 1971. 15p. (Projeto BNDE/ ANDA/CIA 4).

JOHNSON, G.L. Interdisciplinary considerations in designing experiments to study the profitability of fertilizer use. In: BAUM, E.L. Methodological procedures in the economic analysis use data. Ames, The Iowa State College Press, 1956. p.22-36.

JORGE, J. de P.N. Delineamento Guadalupe para três fatores, analisado através de modelo de regressão polinomial quadrática. Piracicaba, ESALQ/USP, 1980. 56p. Tese Mestrado.

JORGE, J. de P.N. Delineamento Guadalupe ortogonalizado. São Paulo, Ci. e Cult., (Suplemento), 34(7): 243, 1982.

JORGE, J. de P.N. & FREITAS, L.M.M. de. Análise de um delineamento Box para três fatores, com níveis não eqüidistantes. Bragantia, Campinas, 38:237-50, 1979.

LUCAS, J.M. Optimum composite designs. Technometrics, 16:561-7, 1974.

MILLER, S.F.; BAUWIN, G.R. & GUAZZELLI, R.J. Avaliação econômica e agronômica de um experimento de feijão comum. Pesq. agropec. bras., Sér. Agron., Brasília, 7:19-26, 1972.

MIRANDA, L.E.C. de & MIRANDA, L.T. de. Adubação do milho. IV. Estudo econômico de adubação do milho no Estado de São Paulo. Campinas, Instituto Agronômico, 1971. 19p. (Projeto BNDE/ ANDA/CIA, 14).

MONTERO, E.B. & PEREZ, S., ed. Investigación económica y experimentación agrícola. Montevideo, IICA-ZS, 1967. 303p.

NAGAI, V.; SILVA, N.M. da & IGUE, T. Aplicação do modelo polinomial quadrático ao estudo econômico de experimentos de adubação em algodoeiro. In: REUNIÃO INTERNACIONAL DE BIOMETRIA, REGIÃO BRASILEIRA, 20, Piracicaba, 1975. Piracicaba, Fundação Cargill, 1979. p.78-100.

NARIÑO, O.A.R. Diseño doble estrella. Mérida, Universidad de los Andes. Instituto de Estadística Aplicada y Computación, 1981. 166p. Tese Mestrado.

PAEZ, G. & SILVA, T. Delineamento dos experimentos de adubação. Brasília, EMBRAPA-DPD, 1975. 55p.

PESSANHA, G.G. & PENTEADO, A. de F. Efeito de N, P e calagem sobre a cultura do feijão. Pesq. agropec. bras., Brasília, 17(3):375-9, 1982.

REYNAERT, E.E., ed. La investigación de fertilidad de suelos para la producción agrícola en la zona templada. Montevideo, IICA-ZS, 1969. 261p.

ROCHA, M. A indústria brasileira de fertilizantes. Panorama atual e perspectivas. São Paulo. ANDA-T-011/79, 1979. 22p.

ROCHA, M. Situação da produção e consumo de fertilizantes. Londrina, Fundação IAPAR, 1983. 22p. Curso de Atualização em Fertilidade do Solo.

ROJAS, B.A. The San Cristóbal designs for fertilizer experiments. In: WILLIAM, J.R., ed. Proc. Eleventh Congress Int. Soc. of Sugar Cane Technologists. New York, Elsevier Publ. Comp., 1963. 1250p.

ROJAS, B.A. The orthogonalized San Cristóbal design. In: HENDERSON, M.T., ed. Proc. Fourteenth Congress Int. Soc. of Sugar Cane Technologists. 1972. 1771p.

ROJAS, B.A. Design of fertilizer experiments. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE BIOMETRIA, 10, Guarujá, SP, 1979. Anais... Brasília, EMBRAPA-DID/DMQ/Sociedade Internacional de Biometria, 1982. p.49-60.

SAMPAIO, I.B.M. Seleção de variáveis em modelos lineares ortogonais. Pesq. agropec. bras., Sér. Agron., 7: 71-4, 1972.

STAVROU, J. & CADY, F.B. Counfounding the triple cube response surface design to reduce block size. Soil Sci. Soc. Am. Proc., Madison, 31:126-8, 1967.

SUKHATME, P.V. Economics of manuring. Indian J. Agric. Sci., 11:325-37, 1941.

TRAMEL, T.E. A suggested procedure for agronomic-economic fertilizer experiments. In: BAUM, E.L.; HEADY, E.O.; PESEK, J.T. & HILDRETH, C.G. ed. Economic and technical analysis of fertilizer innovations and resource use. Ames, The Iowa State College Press, 1957. p.168-75.

VANDERLIP, R.L. & PESEK, J. Nitrate accumulation in smooth bromegrass (*Bromus inermis*, Leyss.): I. Effects of applied N, P, and K. Agron. J., Madison, 62:491-4, 1970.

VIEIRA, S.; ARRUDA, H.V. de & HOFFMANN, R. Estudo comparativo de três funções na análise econométrica de experimentos de adubação. Piracicaba, Convênio ESCO-MA/ESALQ-USP, 1971. 111p.

VILLASMIL P., J.J. Estructura, eficiencia relativa y análisis estadístico del diseño San Cristóbal Ortogonalizado. Maracaibo, Universidad del Zulia. Facultad de Agronomía, 1978a. 82p. Trabalho para ascender ao cargo de Professor Agregado.

VILLASMIL, P., J.J. El diseño compuesto central ortogonal. Maracaibo, Universidad del Zulia. Facultad de Agronomía, 1978b. 131p. Trabalho para ascender ao cargo de Professor Associado.

VOSS, R. & PESEK, J. Yield of corn grain as affected by fertilizer rates and environmental factors. Agron. J., Madison, 59:567-72, 1967.